



## ВИЩА МАТЕМАТИКА. Частина 2.

### ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ТА ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізитивна навчальна дисципліна	
Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>13 Механічна інженерія</i>
Спеціальність	<i>132 Матеріалознавство</i>
Освітня програма	<i>Нанотехнології та комп'ютерний дизайн матеріалів</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна) (дистанційна/змішана)</i>
Рік підготовки, семестр	<b>1 курс, осінній семестр</b> <i>Вища математика. Частина 1. Диференціальне числення та лінійна алгебра,</i> <b>1 курс, весняний семестр</b> <i>Вища математика. Частина 2. Інтегральне числення та диференціальні рівняння</i> <b>2 курс, осінній семестр</b> <i>Вища математика. Частина 3. Теорія ймовірностей та математична статистика</i>
Обсяг дисципліни	<b>19 кредитів/570 годин:</b> <b>Частина 1: 8,5 кредити/255 годин: лекції – 72 год; практичні заняття 72 год; СРС – 111 год;</b> <b>Частина 2: 6 кредитів/180 годин: лекції – 54 год; практичні заняття – 54 год; СРС – 72 год;</b> <b>Частина 3: 4,0 кредити/120 години: лекції – 36 год; практичні заняття – 36 год; СРС – 48 год</b>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<b>Частина 1: Екзамен/РР, МКР</b> <b>Частина 2: Екзамен/РР, МКР</b> <b>Частина 3: Екзамен/РР, МКР</b>
Розклад занять	<i>htth:roz.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Горбачук Володимир Мирославович, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, доктор фіз.-мат. наук v.m.horbach@gmail.com Практичні / Семінарські: Співак Юлія Володимирівна, spivak_julia@ukr.net
Розміщення курсу	Campus

#### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Не зважаючи на те, що математика зародилась на світанку розвитку цивілізації і є фундаментальною наукою, що вивчає поняття, одержані шляхом абстракції явищ реального світу,

## Вища математика. Частина 2

вона постійно розвивається і оновлюється. Таким оновленням свого часу стало відкриття диференціального і інтегрального числення, що дало поштовх до формування нового розділу математики, до якої увійшли теорія диференціальних рівнянь, теорія функцій, аналітична та диференціальна геометрія тощо. Сьогодні вища математика є ефективним інструментарієм досліджень у природничих і технічних науках, який забезпечує їх неперервний розвиток. У технічних університетах викладання дисципліни Вища математика є обов'язковим, так як спонукає студентів до розвитку їх інтелекту і здатності до логічного мислення, розв'язання складних спеціалізованих задач та практичних проблем професійної діяльності у новітніх технологіях та комп'ютерному дизайні матеріалів, вміння використовувати методи математичного аналізу та диференціальних рівнянь в інженерних розрахунках.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми

**Предметом** вивчення дисципліни є методи та алгоритми розв'язування задач на застосування визначеного інтеграла до геометричних та фізичних задач, методи знаходження розв'язків диференціальних рівнянь основних типів, методи дослідження на збіжність числових та функціональних рядів а також рядів Фур'є, обчислення кратних, криволінійних та поверхневих інтегралів, застосування їх до фізичних та прикладних задач з спеціалізації.

**Метою** дисципліни Вища математика є формування у студентів таких **програмних загальних компетентностей** як:

K3.01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

K3.02 Здатність застосування знань у практичних ситуаціях

K3.03 Здатність вчитися та оволодівати сучасними знаннями

K3.05 Здатність приймати обґрунтовані рішення

K3.10 Здатність працювати автономно

КС.01 Здатність застосовувати відповідні кількісні математичні, фізичні і технічні методи і комп'ютерне програмне забезпечення для вирішення інженерних матеріалознавчих завдань

**В результаті навчання** студент повинен вміти обчислювати визначений інтеграл різних типів, невластні інтеграли першого та другого роду. Уміти знаходити розв'язки диференціальних рівнянь основних типів, обчислювати кратні криволінійні та поверхневі інтеграли уміти їх застосовувати до фізичних задач та задач з спеціалізації. Досліджувати на збіжність числові ряди та знаходити інтервали збіжності рядів, розкладати в ряд Фур'є функції. Досліджувати скалярні та векторні поля та застосовувати отримані знання у професійної діяльності у новітніх технологіях .

**Програмні результати навчання:**

ПРН 2 Знати та вміти використовувати знання фундаментальних наук, що лежать в основі відповідної спеціалізації матеріалознавства, на рівні, необхідному для досягнення інших результатів освітньої програми.

ПРН 7 Володіти навичками, які дозволяють продовжувати вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

### **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дисципліна «Вища математика. Частина 2» викладається на базі «Вища математика. Частина 1» та повної середньої або середньої професійної освіти.

## Вища математика. Частина 2

Є основою для вивчення нормативних дисциплін циклу загальної і професійної підготовки. Знання отримані під час вивчення дисципліни можуть бути використані для розрахунків у курсових та дипломних роботах та проектах. Дисципліна є складовою формування інтегральної компетентності першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.

### 3. Зміст навчальної дисципліни

#### Розділ 1. Визначений інтеграл

Тема 1.1. Методи обчислення визначеного інтеграла.

Тема 1.2. Невласні інтеграли.

#### Розділ 2. Диференціальні рівняння.

Тема 2.1. Диференціальні рівняння 1-го порядку.

Тема 2.2. Диференціальні рівняння 2-го порядку.

Тема 2.3. Диференціальні рівняння високого порядку, системи диференціальних рівнянь.

#### Розділ 3. Ряди та ряди Фур'є.

Тема 3.1. Числові ряди.

Тема 3.2. Функціональні ряди.

Тема 3.3. Ряди Фур'є.

#### Розділ 4. Кратні інтеграли.

Тема 4.1. Подвійний інтеграл.

Тема 4.2. Потрійний інтеграл.

#### Розділ 5. Криволінійні та поверхневі інтеграли.

Тема 5.1. Криволінійний інтеграл першого роду.

Тема 5.2. Криволінійний інтеграл другого роду.

Тема 5.3. Поверхневий інтеграл першого роду.

Тема 5.4. Поверхневий інтеграл другого роду.

### 4. Навчальні матеріали та ресурси

#### Основна література

1. Дубовик В. П. Вища математика : навч. посіб. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – Київ : А.С.К., 2005. – 648 с.
2. Грималюк В. П. Вища математика : навч. посіб. : у 2 ч. / В. П. Грималюк, М. М. Кухарчук, В. В. Ясінський. – Київ : Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
3. Методичні вказівки до виконання розрахункової роботи на тему “Визначений інтеграл” / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. М. Горбачук, А. Ф. Мельник. – Київ : КПІ, 1992. – 20 с.

#### Додаткова література

1. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для студентов вузов : в 2-х ч. / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – Москва : Высш. школа, 1986. – Ч. 1. – 304 с.
2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз : у 2 ч. / А. Я. Дороговцев. – Київ : Либідь, 1993.

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### 5.1. Лекції (54 години)

Лекція 1. Визначений інтеграл. Означення, теорема існування, властивості. Інтеграл із змінною верхньою границею. Теорема про середнє.

Лекція 2. Методи обчислення визначеного інтеграла.

## Вища математика. Частина 2

Лекція 3. Невласні інтеграли. Невласні інтеграли 1-го та 2-го роду. Критерій збіжності. Достатні ознаки збіжності.

Лекція 4. Звичайні диференціальні рівняння (ДР). Задачі, які приводять до ДР. Основні означення і поняття. Теорема існування розв'язку задачі Коші. ДР із відокремлюваними змінними.

Лекція 5. ДР, які зводяться до ДР із відокремлюваними змінними. Однорідні ДР. Деякі спеціальні типи ДР. Лінійні ДР 1-го порядку. ДР Бернуллі. ДР Ріккати. ДР в повних диференціалах.

Лекція 6. ДР Спеціальні типи ДР 2-го порядку. Лінійний диференціальний оператор та його властивості. Фундаментальна система розв'язків.

Лекція 7. Лінійні однорідні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами 2-го порядку. Структура загального розв'язку лінійних однорідних ДР із сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні ДР із сталими коефіцієнтами із спеціальною правою частиною.

Лекція 8. Диференціальні рівняння високого порядку, що допускають пониження.

Лекція 9. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Основні означення і поняття. Метод варіації довільних сталих.

Лекція 10. Системи лінійних ДР. Нормальні системи рівнянь. Системи лінійних ДР із сталими коефіцієнтами.

Лекція 11. Ряди, збіжність ряду з додатними членами, приклади

Лекція 12. Знакозмінні ряди ознаки збіжності

Лекція 13. Функціональні ряди, знаходження інтервалу збіжності

Лекція 14. Ряди Фур'є  $2\pi$  періодичних функцій

Лекція 15. Ряди Фур'є  $2l$  періодичних функцій

Лекція 16. Подвійний інтеграл обчислення

Лекція 17. Повторний інтеграл, зв'язок з подвійним

Лекція 18. Потрійний інтеграл

Лекція 19. Повторний інтеграл зв'язок з потрійним

Лекція 20. Криволінійний інтеграл першого роду

Лекція 21. Застосування криволінійного інтеграла першого роду

Лекція 22. Криволінійний інтеграл другого роду

Лекція 23. Застосування криволінійного інтеграла другого роду

Лекція 24. Поверхневий інтеграл першого роду

Лекція 25. Застосування поверхневого інтеграла першого роду

Лекція 26. Поверхневий інтеграл другого роду

Лекція 27. Застосування поверхневого інтеграла другого роду

### **5.2 Практичні заняття (54 години)**

Заняття 1. Безпосереднє обчислення визначеного інтегралу, властивості інтегралу

Заняття 2. Інтегрування за частинами, заміна змінних, застосування визначеного інтегралу до обчислення площ плоских фігур.

Заняття 3. Невласні інтеграли обчислення.

Заняття 4. Рівняння, що допускають відокремлення змінних, однорідне рівняння.

Заняття 5. Лінійні рівняння першого порядку.

Заняття 6. Лінійні однорідні рівняння другого порядку .

Заняття 7. Лінійні рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами зі спеціальною правою частиною.

## Вища математика. Частина 2

- Заняття 8. Рівняння високого порядку що допускають зниження порядку.
- Заняття 9. Лінійні рівняння високого порядку з спеціальною правою частиною.
- Заняття 10. Системи лінійних диференціальних рівнянь, **експрес контрольна**.
- Заняття 11. Ряди з додатними членами.
- Заняття 12. Ряди з довільними членами.
- Заняття 13. Функціональні ряди знаходження інтервалу збіжності ряду.
- Заняття 14. Ряди Фур'є розклад  $2\pi$  періодичних функцій.
- Заняття 15. Ряди Фур'є розклад  $2l$  періодичних функцій.
- Заняття 16. Подвійний та повторний інтеграл обчислення.
- Заняття 17. Застосування подвійного інтеграла.
- Заняття 18. Потрійний інтеграл обчислення.
- Заняття 19. Застосування потрійного інтеграла.
- Заняття 20. Криволінійний інтеграл першого роду.
- Заняття 21. Криволінійний інтеграл другого роду обчислення.
- Заняття 22. Криволінійний інтеграл другого роду застосування.
- Заняття 23. Поверхневий інтеграл першого роду обчислення.
- Заняття 24. Застосування поверхневого інтеграла першого роду.
- Заняття 25. Поверхневий інтеграл другого роду обчислення .
- Заняття 26. Застосування поверхневого інтеграла другого роду, **експрес контрольна**.
- Заняття 27. **Модульна контрольна робота**.

### 6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів (загальна тривалість 72 годин) полягає у:

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання розрахункової роботи (розбивається на дві частини відповідно до семестрових календарних контролів).

Самостійному опрацюванні лекційного матеріалу (в розрахунку 0,33 година на 1 годину лекційних занять) – всього 18 годин

Підготовці до практичних робіт – всього 15 годин

Підготовці до МКР - всього 3 годин

Виконанні розрахункової роботи – всього 6 годин

Підготовці до семестрового контролю – екзамену – 30 годин.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності. У звичайному режимі роботи лекції та практичні заняття проводяться в аудиторіях. У змішаному режимі лекції та практичні заняття проводяться через платформи дистанційного навчання Сікорський, Meet, Zoom тощо.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР, виконання РР.

**Календарний контроль:** проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

**Семестровий контроль:** екзамен

### Рейтингова система оцінювання

Поточний та підсумковий (стартовий) індивідуальний рейтинги студента ( $R_c$ ) визначаються на основі 50-бальної шкали оцінювання за формулою:

$$R_c = R_{\text{пр}} + R_{\text{ккр}} + R_{\text{мкр}} + R_{\text{ргр}}.$$

#### 1. Критерій нарахування балів

##### 1.1. Робота на практичних заняттях

- активна творча робота – 0,7 бали;
- плідна робота – 0,5 бал;
- пасивна робота – 0 балів.

##### 1.2. Виконання розрахункової роботи

- творче виконання робіт – 25 балів;
- роботу виконано з незначними недоліками – 20 балів;
- роботу виконано з певними помилками – 15 балів;
- роботу не зараховано (завдання не виконане або є грубі помилки) – 0 балів.

##### 1.3. Експрес контроль по 1 балу;

##### 1.4. Модульна контрольна робота 5 балів.

2. Умови позитивної першого календарного контролю є розв'язання не менше 50 % експрес контролю. Умовою позитивного другого календарного контролю є розв'язання не менше 50 % експрес контролю.

3. Умовою допуску до екзамену є семестровий рейтинг не менше 60 %.

4. Екзаменаційний білет складається з 2 теоретичних та 4 практичних завдань, на підготовку відводиться 2 години, екзамен проводиться у змішаній формі.

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», (повне, безпомилкове розв'язування завдання);
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» або є незначні неточності (повне розв'язування завдання з незначними неточностями);
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 50% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до «стереотипного» рівня та деякі помилки (завдання виконане з певними недоліками);
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

## Вища математика. Частина 2

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

### 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- Питання, що виносяться на модульну контрольну роботу (або на тематичні контрольні роботи) наведено у Додатку А;
- Приклад завдання для розрахункової роботи наведено у Додатку Б;
- Питання, що виносяться на екзамен і приклад екзаменаційного білету наведено у Додатку В.

### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доктор фіз.-мат. наук, професор, Горбачук Володимир Мирославович

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь (протокол № 9 від 7 липня 2022 р.)

кафедрою високотемпературних матеріалів та порошкової металургії (протокол № 21 від 8 липня 2022 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ІМЗ ім. Є. О. Патона (протокол № 10/22 від 10 липня 2022 р.)

**На модульну контрольну виносяться завдання з таких тем :**

Тема 1.1. Методи обчислення визначеного інтеграла

Тема 2.1. Диференціальні рівняння 1-го порядку.

Тема 2.2. Диференціальні рівняння 2-го порядку.

Тема 3.1. Числові ряди.

Тема 3.2. Функціональні ряди.

Тема 4.1. Подвійний інтеграл.

Тема 4.2. Потрійний інтеграл.



Приклад завдання для розрахункової роботи

1. Обчислити :

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx.$$

2. Очислити :

$$1. \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x}}.$$

3. Знайти площу фігури обменої кривими:

$$1. y = x^2; \quad y = 4x.$$

4. Знайти довжину дуги кривої :

$$1. y^2 = (x+1)^2, \quad 0 \leq x \leq 3.$$

5. Знайти площу поверхні обертання кривої :

$$1. x = a \cos t, \quad y = b \sin t \quad (Ox).$$

6. Обчислити об'єм фігури обертання кривої :

$$2. \varphi = ae^{\psi}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi.$$

7.

6. Знайти центр ваги фігури, обмеженої астроїдом, що лежить у першому квандранті. Параметричне рівняння астроїди  $\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t. \end{cases}$

8. Знайти загальний розв'язок

$$\begin{aligned} 1. \text{ а) } & \operatorname{tg} x \cdot \sin^2 y \, dx + \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} y \, dy = 0 \\ \text{ б) } & x \frac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \text{ в) } & y' + 2xy = x e^{-x^2} \\ \text{ г) } & xy' - y^2 \ln x + y = 0 \end{aligned}$$

9. Знайти загальний розв'язок

$$\begin{aligned} 1. \text{ а) } & x^3 y'' + x^2 y' = 1 \\ \text{ б) } & y'' + 2y(y')^3 = 0 \\ \text{ в) } & y''' = 2(y'' - 1) \operatorname{ctg} x \end{aligned}$$

10. Знайти розв'язок :

$$\begin{aligned} 1. \text{ а) } & y'' + y = 4e^x; \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -3 \\ \text{ б) } & y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x \\ 2. \text{ а) } & y'' - 2y' = 2e^x; \quad y(1) = -1, \quad y'(1) = 0 \end{aligned}$$

11. Знайти загальний розв'язок системи

Вища математика. Частина 2

$$\begin{cases} x' = y + 2e^t \\ y = x + t^2 \end{cases}$$

12. Дослідити на збіжність :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n};$$

13. Дослідити на збіжність :

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}.$$

14. Дослідити на збіжність :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2(n+1))}.$$

15. Дослідити на збіжність :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)};$$

16. Знайти інтервал збіжності ряду :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n(n+4)};$$

17. Розкласти у ряд Фур'є на інтервалі  $2\pi$ .

$$f(x) = 2x - x^2.$$

**Питання, що виносяться на семестровий контроль:**

1. Суми Дарбу верхні та нижні, інтегральна сума, їх властивості.
2. Основні властивості визначеного інтеграла (лінійність).
3. Теорема про інтегровність неперервної функції.
4. Теорема про невідємність інтегралу від невідємної функції.
5. Теорема про перестановку меж інтегрування.
6. Теорема про адитивність інтегралу по інтервалу.
7. Теорема про оцінку визначеного інтегралу.
8. Теорема про середнє значення для визначеного інтегралу.
9. Властивості інтеграла із змінною верхньою межею.
10. Формула Ньютона-Лейбніца.
11. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площі плоских фігур в різних системах координат.
12. Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини дуги кривої в різних системах координат.
13. Застосування визначеного інтеграла до обчислення об'єму фігури обертання в різних системах координат.
14. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площі поверхні обертання в різних системах координат.
15. Застосування визначеного інтеграла до обчислення об'єму фігури через площу поперечного перерізу.
16. Застосування визначеного інтеграла до обчислення статичних моментів кривих та плоских фігур.
17. Застосування визначеного інтеграла до обчислення моментів інерції кривих та плоских фігур.
18. Знаходження координат центра мас кривої та плоскої фігури, теореми Гульдена.
19. Поняття диференціального рівняння, розв'язку рівняння, загального розв'язку, загального інтегралу.
20. Рівняння, що допускають розділення змінних, приклад.
21. Однорідні рівняння розв'язування однорідного рівняння.
22. Рівняння що зводяться до однорідних.
23. Лінійне рівняння першого порядку, знаходження загального розв'язку методом варіації постійною.
24. Розв'язування лінійного рівняння заміною.
25. Рівняння в повних диференціалах .
26. Рівняння Бернуллі.
27. Рівняння  $n$ -го порядку загальний розв'язок рівняння, теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші.
28. Рівняння що допускають пониження порядку.
29. Лінійне рівняння  $n$ -го порядку, фундаментальна система розв'язків.
30. Представлення загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння, визначник Вронського.
31. Представлення загального розв'язку лінійного однорідного рівняння з постійними коефіцієнтами.
32. Знаходження загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння із спеціальною правою частиною.
33. Зв'язок між рівнянням  $n$ -го порядку і системою  $n$  рівнянь першого порядку.
34. Розв'язування системи лінійних рівнянь методом послідовного виключення.
35. Розв'язування системи лінійних рівнянь матричним методом.
36. Означення суми ряду, необхідна умова збіжності ряду.

## Вища математика. Частина 2

37. Довести розбіжність гармонічного ряду.
38. Узагальнений гармонічний ряд, довести його збіжність при  $\alpha > 1$  і розбіжність при  $\alpha < 1$ .
39. Ряди з додатніми членами порівняльна ознака збіжності у формі нерівності.
40. Порівняльна ознака збіжності ряду у формі еквівалентності.
41. Ознака Даламбера.
42. Радикальна ознака Коші.
43. Інтегральна ознака Коші.
44. Ряди з довільними членами, поняття абсолютної та умовної збіжності, довести збіжність ряду Лейбниця.
45. Ознака Лейбниця умовної збіжності.
46. Функціональні ряди знаходження інтервалу збіжності функціонального ряду
47. Степеневі ряди, радіус збіжності степеневого ряду формула Коші-Адамара.
48. Ряди Фур'є  $2\pi$  періодичних функцій, знаходження коефіцієнтів.
49. Властивості коефіцієнтів Фур'є.
50. Умови збіжності ряду Фур'є, теорема Дирихле.
51. Подвійний інтеграл означення, геометричний зміст подвійного інтегралу
52. Повторний інтеграл зв'язок з подвійним інтегралом достатня умова переходу до повторного інтегралу.
53. Властивості подвійного інтегралу.
54. Теорема про оцінку подвійного інтегралу.
55. Теорема про середнє значення для подвійного інтегралу
56. Заміна змінних в подвійному інтегралі, якобіан переходу.
57. Теорема про заміну змінних у подвійному інтегралі, перехід до полярної системи,
58. Якобіан переходу, узагальнена полярна система координат.
59. Застосування подвійного інтегралу до обчислення площі плоскої фігури, об'єму фігури, площі поверхні.
60. Застосування подвійного інтегралу до задач механіки (статичний момент, момент інерції, центр маси плоскої фігури).
61. Потрійний інтеграл означення, Теорема про існування потрійного інтегралу, перехід до повторного інтегрування.
62. Основні властивості потрійного інтегралу, теореми про оцінку та про середнє значення.
63. Заміна змінних в потрійному інтегралі, циліндрична та сферична системи координат якобіан переходу.
64. Застосування потрійного інтегралу до обчислення об'єму та задач механіки.
65. Криволінійний інтеграл по дузі означення, обчислення його в різних системах координат.
66. Застосування криволінійного інтегралу по дузі до задач механіки.
67. Криволінійний інтеграл по координатам, обчислення його в плоскому та просторовому випадку.
68. Знаходження площі за допомогою криволінійного інтегралу.
69. Умови незалежності криволінійного інтегралу від контура інтегрування. Формула Гріна.
70. Формула Стокса (з доведенням).
71. Формула Остроградського (з доведенням).
72. Поля, поняття  $\text{rot}F, \text{div}F$ , соліноїдальність, потенціальність векторного поля, достатні умови потенціальності та соліноїдальності поля, формула Остроградського у векторній формі.

Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр

Напрямок підготовки Матеріалознавство 132

Спеціальність Матеріалознавство

Кредитний модуль Вища математика. розділ 2. Інтегральне числення та диференціальні рівняння

**ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 2**

1. Теорема про заміну змінних у подвійному інтегралі, перехід до полярної системи координат.

2. Диференціальні рівняння n-го порядку, загальний розв'язок рівняння, теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші.

3. Задачі

1. Знайти площу фігури обмеженої:

$$\rho = 4 \sin^3 2\varphi$$

2. Знайти розв'язок задачі Коші:

$$y'' - 6y' + 9y = 9x^2 + 2; y(0) = 1, y'(0) = 3$$

3. Дослідити на збіжність ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{6n^3 - 3}$$

4. Розкласти в ряд Фур'є :

$$y = x - 1 \text{ на інтервалі } [0, 2\pi]$$