

Лабораторна робота № 1

ВИЗНАЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ СИМЕТРІЇ КРИСТАЛІЧНИХ МНОГОГРАННИКІВ

Мета роботи – навчитись визначати елементи симетрії кристалічних многогранників на конкретних моделях.

Основні теоретичні відомості

Симетрія – основна властивість кристалів. Симетрія «царює» у світі кристалів. Це найзагальніша закономірність, що властива будові та властивостям кристалічної речовини. Саме симетрія визначає закони розташування структурних елементів у просторовій ґратці, взаємне розташування граней макроскопічного кристала, диктує, у яких напрямках і які фізичні властивості можуть бути в кристалі.

Визначення симетрія – початкова і найважливіша задача під час роботи з будь-якими кристалами.

У перекладі з грецької симетрія означає співмірність. *Симетричний кристал (многогранник)* складається з рівних частин, які можуть суміщатись одна з одною в результаті певних дій, що називаються *симетричними перетвореннями* або *симетричними операціями*. До таких операцій відносять – *відображення у площині, обертання навколо осі та перенос через точку*.

Симетричні перетворення можна поділити на два типи: 1) *кінцеві*, або *точкові*, під час дії яких хоча б одна точка фігури лишається на місці, і 2) *нескінченні*, або *просторові*, під час дії яких жодна точка фігури не залишається на місці. Кінцеві симетричні перетворення відповідають симетрії кристалічних многогранників, нескінченні – симетрії структур.

Площина, пряма та точка є геометричними зразками, які характеризують відповідно відображення у площині, обертання навколо осі та перенос через точку і називаються *елементами симетрії*.

В кристалічних многогранниках присутні такі елементи симетрії як *центр симетрії, осі симетрії та площини симетрії*.

Всі елементи симетрії, характерні для кристалічних многогранників, підрозділяються на *прості і складні*. *Прості елементи симетрії* є результатом дії одного симетричного перетворення. Наприклад, площина симетрії є результатом симетричного перетворення “відображення у площині”. *Складні елементи симетрії* є результатом послідовної дії двох симетричних перетворень. Наприклад, інверсійна вісь є результатом послідовної дії “обертання навколо осі” та “перенос через точку”.

Для позначення симетричних перетворень та відповідних їм елементів симетрії в кристалографії використовують умовні символи. Найрозповсюдженішими системами позначення є 1) запис міжнародного символу, та 2) запис за допомогою формули (табл. 1).

Центром симетрії називається така уявна точка всередині многогранника, яка характеризується тим, що будь-яка проведена через цю точку пряма по обидва боки від неї на рівних відстанях зустрічає однакові (відповідні) точки фігури.

Центр симетрії це елемент симетрії, що дозволяє здійснити симетричне перетворення – відображення всього многогранника в цілому і будь-якої його частини в центральній точці фігури, що приводить фігуру до самосуміщення (рис.1). Многогранники, які мають центр симетрії, характеризуються тим, що мають попарно паралельні грані розгорнуті одна відносно одної на кут 180° та рівні за формою і розміром. Якщо хоча б одна грань не має відповідної паралельної рівної за формою та розміром грані, то такий многогранник не має центра симетрії.

Таблиця 1 – Позначення елементів симетрії кристалічних многогранників

Назва елемента симетрії		Міжнародний символ	Формула симетрії
Площина		m	P
Центр		$\bar{1}$	C
Поворотна вісь симетрії	будь-яка	n	L_n
	подвійна	2	L_2
	потрійна	3	L_3
	четверна	4	L_4
	шестерна	6	L_6
Інверсійна вісь симетрії	будь-яка	\bar{n}	$L_{\bar{n}}$
	потрійна	$\bar{3}$	$L_{\bar{3}}$
	четверна	$\bar{4}$	$L_{\bar{4}}$
	шестерна	$\bar{6}$	$L_{\bar{6}}$

Площиною симетрії або *площиною дзеркального відбиття* називається уявна площина, яка поділяє многогранник на дві дзеркально рівні частини, що розташовані одна відносно одної як предмет і його дзеркальне відбиття. Це елемент симетрії, що дозволяє здійснити симетричне перетворення – відображення у площині (рис. 2).

Вісь симетрії це така уявна пряма, під час повороту навколо якої на деякий кут фігура самосуміщується. Порядок осі симетрії n визначається кількістю самосуміщень многогранника за повороту на кут 360° . Кут повороту, за якого відбувається самосуміщення, називається елементарним кутом повороту α ($\alpha = 360 / n$).

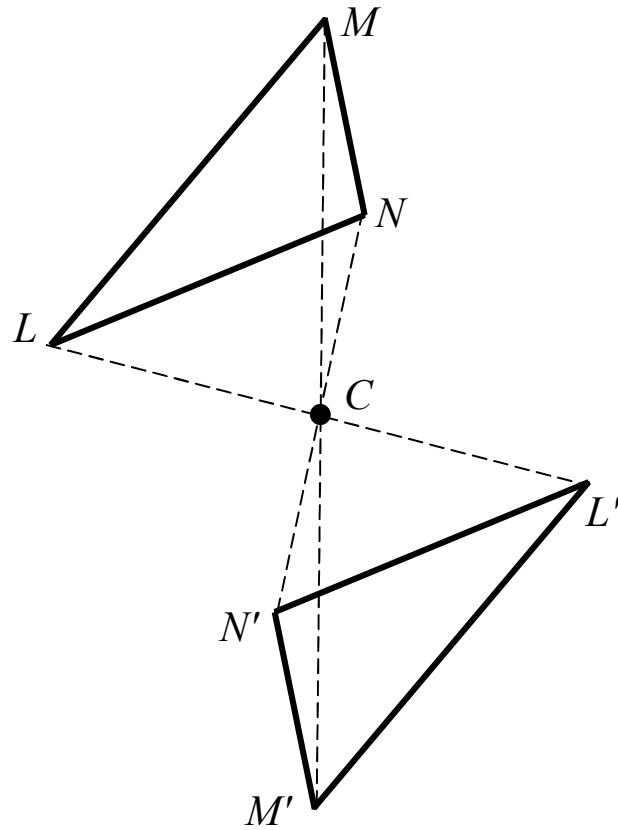
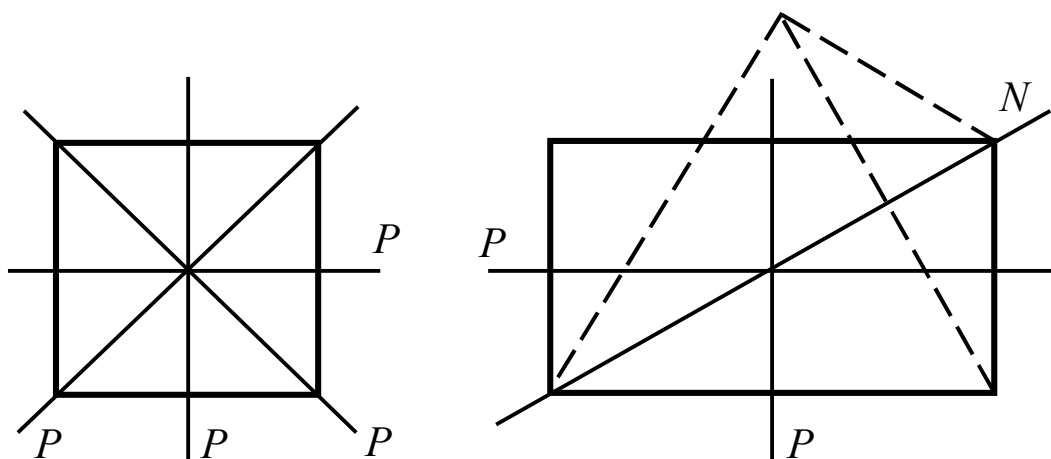


Рисунок 1 – Дія симетричного перетворення “перенос через точку”

У кристалічних многогранниках можуть бути лише осі першого, другого, третього, четвертого та шостого порядків і не може бути осей симетрії п'ятого, сьомого і вищих порядків: $n \neq 5, 7, 8, \dots$. Це обумовлено закономірною внутрішньою будовою кристалів: неможливо заповнити без проміжків атомну площину кристала фрагментами з одних правильних п'яти- і семикутників, у той час як це можливо зробити за допомогою правильних трикутників і шестикутників, а також квадратів і прямокутників.



a – квадрата; b - прямокутника

Рисунок 2 – Площини симетрії P

Інверсійна вісь симетрії – елемент симетрії, що дозволяє здійснити складне симетричне перетворення – поворот фігури на певний кут і одночасне відображення її в центрі інверсії, як у центрі симетрії. На рисунку 3 представлено інверсійну вісь симетрії 4-го порядку.

Самостійне значення мають лише три інверсійні осі симетрії третього ($\bar{3}$), четвертого ($\bar{4}$) і шостого ($\bar{6}$) порядків. Інверсійна вісь симетрії першого порядку еквівалентна центру симетрії, інверсійна вісь другого порядку – площині симетрії.

Максимально можливе число елементів симетрії, що зустрічаються в кристалічному многограннику: площин симетрії – 9; осей симетрії: другого порядку – 6; третього порядку – 4; четвертого порядку – 3; шостого порядку – 1; інверсійних осей симетрії: третього порядку – 4; четвертого порядку – 3; шостого порядку – 1.

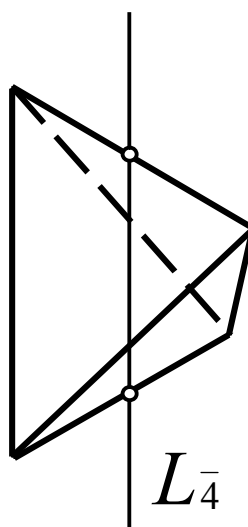


Рисунок 3 – Інверсійна вісь симетрії четвертого порядку

В одному многограннику одночасно не можуть бути присутніми всі згадані елементи симетрії.

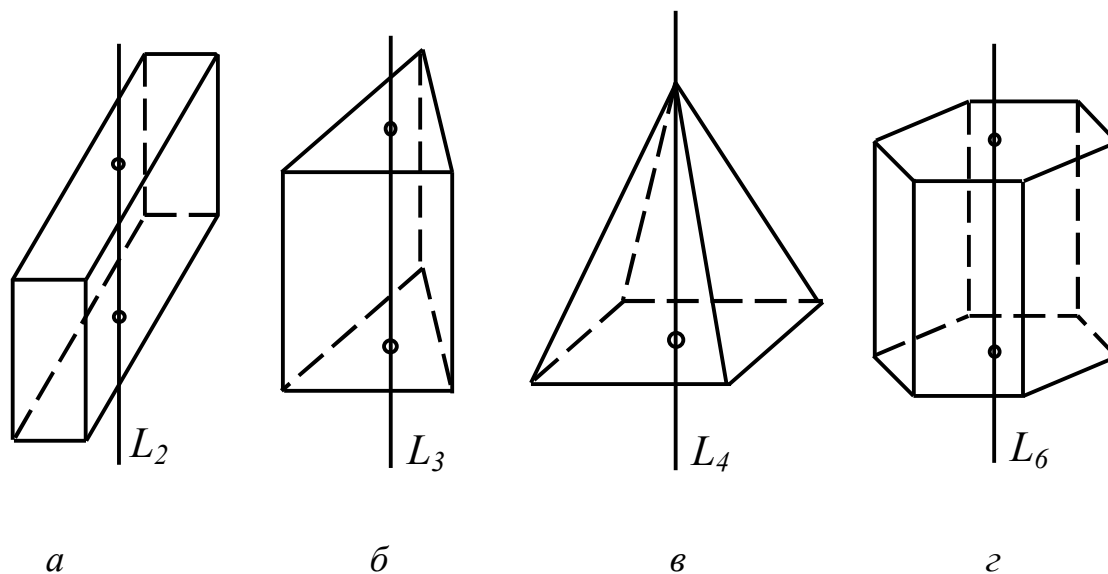
Порядок виконання роботи

1) Спочатку треба знайти осі симетрії вищого порядку (вище другого), а потім вже переходити до знаходження осей другого порядку та інших елементів симетрії (площин і центру симетрії). Осі симетрії вищого порядку проходять через вершини, де сходяться рівні ребра, або через центри граней із числом ребер, кратним порядку осі симетрії.

2) При визначенні осей симетрії потрібно намагатися не перевертати многогранник, тому що це може призвести до помилки під час підрахунку числа однакових елементів симетрії.

3) Вісь симетрії другого порядку проходить або через середину ребра, перпендикулярно йому, або через центр грані, перпендикулярно грані, що має форму прямокутника або ромба, або через вершину, утворе-

ну парним числом граней із попарно рівними протилежними і двогранними кутами (рис. 4 а).



a – L_2 ; *б* – L_3 ; *в* – L_4 ; *г* – L_6

Рисунок 4 – Многогранники з поворотними осями симетрії різного порядку

4) Вісь симетрії третього порядку (а також інверсійні осі третього і шостого порядків) проходить або через правильну (утворену трьома рівними плоскими кутами) тригранну вершину, або через центр грані у вигляді правильного трикутника, або шестикутника перпендикулярно цій грані (рис. 4 б).

5) Вісь симетрії четвертого порядку може проходити або через правильну чотирьохгранну (восьмигранну, дванадцятигранну) вершину, або через центр грані з числом ребер, кратним чотирьом, перпендикулярно грані квадрата (рис.4 в).

6) Вісь симетрії шостого порядку може проходити або через правильну шестигранну (дванадцятигранну) вершину, або через центр гексагона – правильного шестикутника – перпендикулярно грані (рис.4 г).

7) Площина симетрії проходить або уздовж ребра кристала, створюючи при цьому рівні кути з обома гранями, що граничать по даному ребру, або через бісектрису кута між ребрами кристала, які пересікаються, розділяючи її на дві дзеркально рівні частини. Площина симетрії присутня у кристалах, що мають інверсійну вісь симетрії шостого порядку, перпендикулярно останній.

8) Центр симетрії виявляється по обернено рівнобіжним граням: кристал, у якому є центр симетрії утворений рівнобіжними гранями, однаковими за розміром та формою і повернутими одна відносно одної на 180° .

Контрольні питання

- 1) Перелічіть відомі типи симетричних перетворень.
- 2) Який елементарний кут відповідає осі симетрії другого порядку?
- 3) Чим відрізняються інверсійні осі симетрії від поворотних осей симетрії?
- 4) Яким осям симетрії можуть відповідати кути повороту 60° , 90° , 120° , 180° ?